

## Esercitazione 7 ottobre 2016

# Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. A partire dai seguenti vettori

$$w_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, w_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, w_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

si crei mediante il procedimento di Gram-Schmidt una base di vettori ortonormali  $B = [q_1, q_2, q_3]$ . Si consideri poi la matrice  $A = [q_1, q_2, q_3]$ , si dica se questa è ortogonale e si indichi la sua inversa.

2. Si consideri il vettore  $w = (1, \beta, 0)^T$  dipendente dal parametro reale  $\beta$ . Costruita la matrice,  $A = I - 2ww^T$  si dica per quali valori di  $\beta$  la matrice è singolare e per quali valori le sue tre colonne sono ortogonali. Fissato il valore  $\beta = 2$  si calcoli la norma con indice 1, 2 e  $\infty$  delle tre colonne e si determini lo spettro della matrice.
3. Assegnate le matrici

$$Q = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} -\alpha & 2\alpha & \alpha \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Si stabilisca se  $Q$  è ortogonale e si determini il parametro  $\alpha$  che rende  $S$  la matrice inversa di  $R$ . Si fissi il valore trovato. Si calcoli la matrice  $A = QR$ . Si dica se  $A$  è invertibile, si calcolino i suoi autovalori (sapendo che uno di essi è pari a 1) e si determini, nel modo più conveniente e motivando la risposta, l'inversa di  $A$ .

4. Assegnata la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Si calcoli, inoltre, per quali valori del parametro  $\theta \in \mathbb{R}$  la matrice è ortogonale e per quali è invertibile.